

# DE AARDE ALS BOL WOL

**De aarde is groot. Maar hoe groot? Het is lastig je daar een voorstelling van te maken. Wat als we de aarde voorstellen als een bol wol? Of een pannenkoek?**

door **Klaas Pieter Hart**

Het blad *Zo zit dat* kreeg een vraag van de achtjarige Merle die wilde weten hoe lang de aarde zou zijn als hij 1 mm dun was.

Dat kun je interpreteren als: als de aarde een bal kauwgum is en je rekt die uit tot een sliert van 1 mm dun, hoe lang is die sliert dan? Iets minder plakkerig: de aarde is een bol wol en de draad is 1 mm dun; hoe lang is die draad?

## HET VOLUME

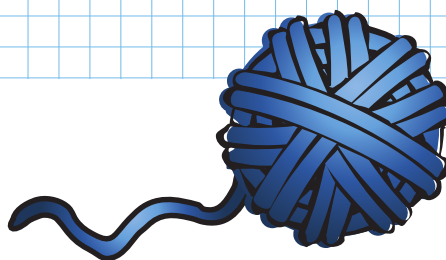
Voor het antwoord hebben we het volume van de aarde nodig. Dat berekenen we met behulp van de formule  $V = \frac{4}{3}\pi R^3$ . De straal halen we uit de omtrek: de kilometer is namelijk zó afgesproken dat de omtrek van de aardbol gelijk is aan 40 000 km.

We zien dat  $R = 40\,000/(2r)$  km,

of  $R = 20\,000\,000/r$  m, of

$R = 20\,000\,000\,000/\pi$  mm.

Dat laatste schrijven we natuurlijk als  $\frac{2}{\pi} \times 10^{10}$  mm.



Het volume van de aarde wordt dan

$$V = \frac{4}{3}\pi \times \frac{2^3}{\pi^3} \times 10^{30} \text{ mm}^3 = \frac{32}{3\pi^2} \times 10^{30} \text{ mm}^3$$

Dat is afgerond  $1,1 \times 10^{30}$  mm<sup>3</sup> (ongeveer een 1 met dertig nullen dus).

## DE DRAAD

Nu gaan de bol wol uitrollen (of het kauwgum uitrekken). De draad is rond, in feite een cilinder met een diameter van 1 mm; de oppervlakte van een plak uit die cilinder is dus  $\frac{\pi}{4}$  mm<sup>2</sup>. We moeten het volume van de aarde door die oppervlakte delen om de lengte van de draad te krijgen; dat betekent dus het volume met  $\frac{4}{\pi}$  vermenigvuldigen, en dat geeft

$$\frac{4}{\pi} \times \frac{32}{3\pi^2} \times 10^{30} = \frac{128}{3\pi^3} \times 10^{30} \text{ mm}$$



En dat is, afgerond,  $1,4 \times 10^{24}$  km. Hoe groot is dat? Heel erg groot. Een lichtjaar is een afstand van  $9,45 \times 10^{12}$  km; daar maken we voor het gemak maar  $10^{13}$  van. Dat betekent dat onze wollen draad ongeveer  $1,4 \times 10^{11}$  lichtjaren lang is. Dat kun je ook uitdrukken als 140 miljard lichtjaren; dat is drie keer zo groot als de straal van het huidige waarneembare universum (45 miljard lichtjaren). Al die (radio)telescopen waar astronomen de ruimte mee onderzoeken zouden het grootste gedeelte van onze draad niet eens opmerken.



## PANNENKOEK

Er is een aardige variant op de vraag: wat als we de aarde vullen met beslag en daar een pannenkoek van 1 mm dik van maken? Wat is de oppervlakte,  $O$ , van die pannenkoek? Omdat we het volume door 1 mm delen houden we hetzelfde getal, maar nu in  $\text{mm}^2$ :

$$O = \frac{32}{3\pi^2} \times 10^{30} \text{ mm}^2$$

Hoeveel is dat in vierkante (kilo)meters? Wel,  $1 \text{ m} = 1000 \text{ mm}$ , dus  $1 \text{ m}^2 = 1\,000\,000 \text{ mm}^2 = 10^6 \text{ mm}^2$ . Dus

$$O = \frac{32}{3\pi^2} \times 10^{24} \text{ m}^2$$

en het aantal vierkante kilometers krijgen we door nog zes nullen weg te halen:

$$O = \frac{32}{3\pi^2} \times 10^{18} \text{ km}^2 \approx 1,1 \times 10^{18} \text{ km}^2.$$

Als we een mooie ronde pannenkoek willen maken moeten we daarvan de straal  $r$  even bepalen via

$$\pi r^2 = \frac{32}{3\pi^2} \times 10^{18} \text{ of } r^2 = \frac{32}{3\pi^3} \times 10^{18}$$

Dus  $r = \sqrt{\frac{32}{3\pi^3}} \times 10^9 \text{ km}$ , dat is afgerond  $0,6 \times 10^9 \text{ km}$ ; in woorden: zeshonderd-miljoen kilometer.

Hoe groot is dat? Als we de zon in het midden van de pannenkoek leggen kunnen we de baan van Mars nog in stroop op de pannenkoek tekenen; daar ligt nog vrij veel pannenkoek buiten want de (gemiddelde) afstand van de zon tot Mars is ongeveer 250 miljoen kilometer. De baan van Jupiter is te groot: gemiddeld 750 miljoen kilometer. <

## OPGAVE

Bepaal wat er gebeurt als je de draad een diameter van 1 cm geeft en de pannenkoek 1 cm dik maakt. Idem voor 10 cm of een meter. Zie je het verband tussen de dikte en de resulterende lengten en oppervlakten?

