

Filosofie van de Wiskunde - een impressie

Jan van Neerven

Het vak "Geschiedenis en Filosofie van de Wiskunde" bestaat inmiddels al weer vier jaar. Vorig studiejaar was het voor het eerst geheel gewijd aan filosofie. Docent Jan van Neerven geeft een impressie.

Het tweedejaars wiskunde-keuzevak "Geschiedenis en Filosofie van de Wiskunde" werd in 2011 door collega Markus Haase en ondergetekende in het leven geroepen als opvolger van het vak "Wiskunde, Maatschappij en Methode", dat kwam te vervallen toen de docent van dat vak, Eduard Glas, met pensioen ging. De titel van het nieuwe vak werd met opzet nogal breed gekozen, niet omdat wij zoveel ambities hadden, maar om genoeg vrijheid te hebben het vak naar eigen inzichten en flexibel te kunnen inrichten. De eerste drie jaar lag de nadruk vooral op geschiedenis van de wiskunde. De reden hiervoor was simpel: dat was al genoeg werk! Markus noch ik zijn immers historici, dus voor ons was dit een heel nieuw avontuur dat veel voorbereiding met zich meebracht. Er waren ook studenten die vooral voor de filosofie kwamen, maar die moesten we helaas nog even teleurstellen. In het derde jaar hebben we voor het eerst ook een klein blok filosofie ingebouwd. Daar kwamen veel positieve reacties op. Dat was voor ons de aanleiding het vak op te splitsen in een geschiedenisvariant (Markus) en een filosofievariant (Jan) die om het jaar zouden worden aangeboden.¹

Zo kwam het dat vorig jaar het vak voor het eerst geheel gewijd was aan de filosofie van de wiskunde. Wederom een heel avontuur, want ik ben ook geen filosoof, en als wiskundige ben ik niet getraind in de vakgebieden die het dichtst bij de filosofie staan, zoals grondslagen van de wiskunde en logica. Daarbij komt dat de filosofie van de wiskunde een enigszins beperkt vakgebied is, dat deels met vragen bezighoudt waar een praktiserend wiskundige amper van wakker ligt. Vandaar dat ik heb gekozen voor een bredere opzet, waarbij we tevens op zoek gaan naar de verrassende inzichten die de wiskunde verschaft in grote filosofische vraagstukken over thema's als ruimte en tijd, determinisme, vrije wil, en onze plaats in het universum. Leitmotiv is Eugene Wigner's beroemde dictum "the unreasonable effectiveness of mathematics":² de toepasbaarheid van wiskunde als filosofisch probleem.

Als men wiskunde opvat als de kunst van het afleiden van stellingen uit een vooraf vastgelegde collectie axioma's aan de hand van eveneens vooraf vastgelegde afleidingsregels, dan kan men er niet omheen dat de keuze van die axioma's en afleidingsregels in zekere zin arbitrair is. Andere keuzes zijn mogelijk en leiden tot andere wiskunde. De axioma's van de verzamelingenleer waarop alle 'standaardwiskunde' sinds het begin van de vorige eeuw gebaseerd wordt (de zogenaamde Zermelo-Frankel axioma's) ogen ook nog eens erg technisch en lijken op het eerste gezicht weinig of geen verband te hebben met alledaagse intuïties. Hoe is het dan te verklaren dat dit bouwwerk nuttige kennis oplevert waarmee de wereld om ons heen beschreven kan worden? Waarom

¹Vervolgens werd Markus tot hoogleraar benoemd in Duitsland. Daardoor zullen we dit cursusjaar het vak, anders dan eerder was aangekondigd, nogmaals met filosofie invullen. Volgend cursusjaar neemt collega Klaas-Pieter Hart de geschiedenisvariant voor zijn rekening.

²Eugene Wigner, "The Unreasonable Effectiveness of Mathematics in the Natural Sciences", *Communications in Pure and Applied Mathematics*, vol. 13, No. 1 (February 1960). Een lezenswaardige bespreking van dit artikel en de invloed die het gehad heeft op het denken over de relatie tussen wiskunde en de natuurwetenschappen is het artikel van Herman de Lang, "Wiskunde en Fysica", in het Nieuw Archief voor Wiskunde, September 2014.



Figuur 1: Eugene Wigner

zouden elementaire deeltjes zich iets aantrekken van onze axioma's? Kort samengevat diept de cursus dit vraagstuk in al haar aspecten uit.

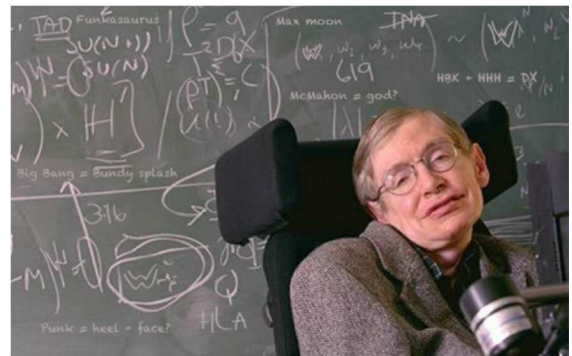
We verdiepen ons eerst in wat wiskunde eigenlijk is. Die vraag heeft twee aspecten: wat is de structuur van wiskunde en wat onderzoekt de wiskunde eigenlijk? De eerste vraag leidt naar de grondslagen van de wiskunde, die we in het college kort verkennen. De tweede vraag is niet zo gemakkelijk te beantwoorden en leidt ons regelrecht de filosofie binnen. Zo onderzoekt de getaltheorie getallen, maar wat "zijn" getallen eigenlijk? "Bestaan" getallen ook als we er even niet aan denken, of zijn getallen enkel patronen van neuronale activiteit in de hersenen? Beide uitersten (er zijn ook tussenvarianten) hebben fervente aanhangers en verklaarde tegenstanders. Het interessantst zijn natuurlijk de tegenwerpingen. Laten we eens veronderstellen dat wiskundige objecten onafhankelijk van ons denken "bestaan" (dit standpunt gaat onder de naam *platonisme*). In welk "universum" bestaan ze dan? Het is duidelijk dat het geen materiële objecten zijn in ons fysische universum. U bent nog nooit een 'twee' tegengekomen tijdens een wandeling in het park. Maar dit leidt tot de intrigerende vraag hoe immateriële wiskundige objecten, die "bestaan" buiten ruimte en tijd, causale interactie kunnen aangaan met objecten binnen ruimte en tijd, namelijk de materie van onze hersenen. Op het moment dat wij wiskunde beoefenen is dat immers precies wat er gebeurt, en deze interactie leidt tot tastbare gevolgen zoals artikelen en colleges. Het andere uiterste (het zogenaamde *reductionisme*) kan niet verklaren waarom wij zinvol met elkaar kunnen communiceren over wiskundige objecten: onze hersenen zijn immers allemaal net iets anders, dus ook onze neuronale patronen. Maar iedere wiskundige zal beamen dat wiskunde echt "ergens over gaat": denk aan de effectiviteit waarmee we van alles kunnen doorrekenen. Die hangt niet van de specifieke vorm iemands hersenen af. Wiskundige objecten afdoen als patronen van neuronale activiteit lijkt geheel aan de essentie van wiskunde voorbij te gaan.

In het verlengde van deze discussie liggen een aantal fundamentele vragen. Wat is kennis eigenlijk, en wanneer spreken we van wetenschappelijke kennis? Welke status heeft wiskundige kennis binnen de wetenschap? Wat is de relatie tussen kennis en waarnemingen? Al deze vragen, die binnen het domein van de kennistheorie en wetenschapsfilosofie vallen, komen tijdens het college aan bod.

Die laatste vraag is overigens niet zo onschuldig als hij lijkt. Als we een tafel zien, zien we de tafel zelf niet. We zien enkel de fotonen die van de tafel



weerkaart worden. En strikt genomen zien we ook die niet; het beeld dat we waarnemen wordt in onze hersenen gevormd nadat ons netvlies zenuwpulsjes heeft doorgegeven aan de visuele cortex. Eigenlijk “zien” we dus alleen die pulsjes. Hetzelfde geldt ten aanzien van alle andere zintuigen. Maar hoe kunnen we dan zeker weten dat er echt een tafel “is”, ook als er niemand kijkt? En dat onze hersenen zelf er ook echt “zijn”? Dit is het *Ding an sich* probleem van Immanuel Kant. Creëert de externe wereld objecten (hersenen) die zelfbewust zijn en die wereld waarnemen, of creëert ons zelfbewustzijn een externe wereld als hypothese ter verklaring van de wetmatigheden van onze bewustzijnsinhouden?



Figuur 2: Stephen Hawking

worrying about these questions, but almost all of us worry about them some of the time.

Traditionally these are questions for philosophy, but philosophy is dead. Philosophy has not kept up with modern developments in science, particularly physics. Scientists have become the bearers of the torch of discovery in our quest for knowledge.”



Het interessante is dat de moderne natuurkunde een punt heeft bereikt waar sommige filosofische stellingnamen in dit debat testbaar worden, vaak met verrassende conclusies. Zo leert de relativiteitstheorie ons dat afstanden en tijdsintervallen niet objectief zijn maar per waarnemer verschillen, en de kwantummechanica werpt de vraag op of dingen wel “bestaan” voordat we ze waarnemen. We bespreken op het college een reeks wonderlijke experimenten die al onze zekerheden ten aanzien van de realiteit der dingen onderuit lijken te halen. Iedere keer weer lijkt de boodschap dat de klassieke scheiding tussen waargenomenen en waarnemer onhoudbaar is.

Misschien wel het wonderlijkst van alles, en dit brengt ons terug bij Wigner’s unreasonable effectiveness, is dat in al deze gevallen de wiskunde voor zich spreekt. Met behulp van moderne wiskunde die vaak mijlenver van de alledaagse realiteit staat kunnen we alles prima doorrekenen, en de uitkomsten van experimenten blijken steevast en met ongelooflijke precisie overeen te stemmen met de berekende waarden. Het probleem zit hem in de interpretatie van die wiskunde. Welke onderliggende werkelijkheid beschrijft zij?

Nieuwsgierig geworden naar antwoorden? Dan is hier een teleurstelling: niemand die het weet. Filosofie werpt Grote Vragen op, maar blijft de Antwoorden schuldig. In de woorden van de Engelse wiskundige en filosoof Bertrand Russell:³

“Philosophy, from the earliest times, has made greater claims, and achieved fewer results, than any other branch of learning.”

Stephen Hawking, de beroemde natuurkundige, doet er nog een schepje bovenop:⁴

Traditionally these are questions for philosophy, but philosophy is dead. Philosophy has not kept up with modern developments in science, particularly physics. Scientists have become the bearers of the torch of discovery in our quest for knowledge.”“(...) people have always asked a multitude of questions: How can we understand the world in which we find ourselves? How does the universe behave? What is the nature of reality? Where did all this come from? Did the universe need a creator? Most of us do not spend most of our time



Figuur 3: Bertrand Russell

Waarom dan dit vak? Bertrand Russell heeft het mooi verwoord:⁵

“Philosophy is to be studied, not for the sake of any definite answers to its questions, since no definite answers can, as a rule, be known to be true, but rather for the sake of the questions themselves; because these questions enlarge our conception of what is possible, enrich our intellectual imagination and diminish the dogmatic assurance which closes the mind against speculation; but above all because, through the greatness of the universe which philosophy contemplates, the mind is also rendered great, and becomes capable of that union with the universe which constitutes its highest good.”

³B. Russell: “Our Knowledge of the External World”

⁴S. Hawking, “The Grand Design”

⁵B. Russell: “The Problems of Philosophy”