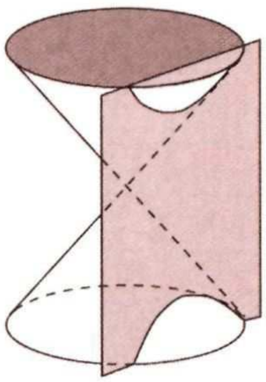
De hyperbool is zowel een wiskundige figuur als een stijlfiguur: **hy-per-'bool,** (de~) 1.[wisk.] kegelsnede waarvan het vlak evenwijdig loopt met de as van de kegel; 2. overdrijvende, vergrotende stijlfiguur, b.v. 'een zee van tranen'. Wat hebben deze twee betekenissen met elkaar te maken?

Overdreven

Stylfiguren

Klaas Pieter Hart

Ellipsen, parabolen en hyperbolen zijn meetkundige figuren: de ellips is een uitgerekte cirkel, de parabool is de grafiek van $y=x^2$ en de hyperbool bestaat uit twee symmetrische gebogen lijnen. Ellips, parabool en hyperbool worden ook wel kegelsneden genoemd, omdat je ze alle drie kunt krijgen als de snijlijn van een kegel en een vlak.



Bijna niemand weet wat de betekenis is van de woorden ellips, parabool en hyperbool. Deze woorden komen uit het Grieks: ellips van ελλειπειν (ontbreken), parabool van παραβλλειν (langsliggen) en hyperbool van υπερβαλλειν (overschieten). Dat klinkt mysterieus, want wat ontbreekt er bij een ellips, wat ligt langs wat bij een parabool en wat schiet er over bij een hyperbool?

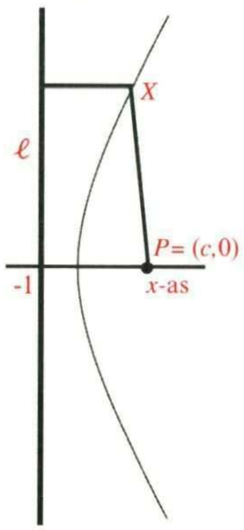
In de Nederlandse taal komen hyperbool en ellips voor als stijlfiguren. Een hyperbool is een sterke overdrijving — te veel dus — 'een zee van tranen'. Een ellips is een soort understatement; je krijgt een ellips als je een of meer woorden weglaat die de lezer zelf wel kan invullen: 'een goed verstaander...' In het woordenboek kom je ellips en hyperbool tegen als stijlfiguur, maar niet de parabool. De bijbehorende stijlfiguur bestaat echter wel degelijk, het is de *parabel* (of gelijkenis). Een parabel is een verzonnen verhaal dat verteld wordt om een zedelijke waarheid te illustreren. In de bijbel komen veel gelijkenissen voor, bijvoorbeeld de parabel van de verloren zoon.

Overschieten & langsliggen

Door ellips, parabool en hyperbool op dezelfde manier te beschrijven kunnen we zien wat er overschiet, langsligt of ontbreekt. Neem een rechte lijn ℓ en een

punt P niet op die lijn. Neem ook een vast getal $c>0$. Bekijk die punten X in het vlak waarvoor geldt dat de afstand van X tot P gelijk is aan c maal de afstand van X tot ℓ. Dus $XP=cX\ell$.
Nu geldt: als $c>1$ dan krijgen we een hyperbool; als $c=1$ een parabool en als $c<1$ een ellips.

We rekenen dit na. Om het zo eenvoudig mogelijk te houden, nemen we voor ℓ de lijn $x=-1$ en voor P het punt $(c,0)$. De afstand van $X=(x,y)$ tot P is $\sqrt{(x-c)^2+y^2}$ en de afstand van X tot ℓ is $|x+1|$, de absolute waarde van $x+1$. We krijgen dus

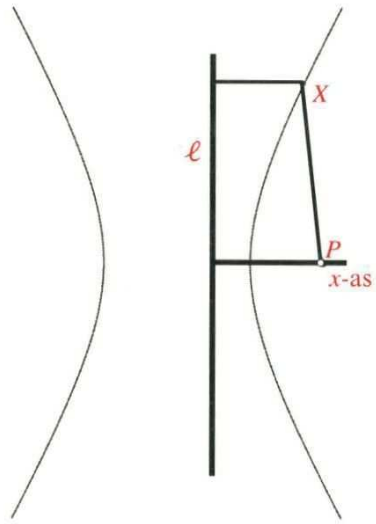


$$c|x+1|=\sqrt{(x-c)^2+y^2}$$

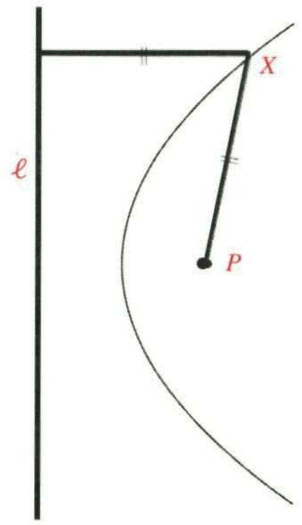
of, na kwadrateren,
$c^2(x+1)^2=(x-c)^2+y^2$.
Als we dit uitwerken, dan krijgen we de vergelijking

$$y^2=(c^2-1)x^2+2(c^2+c)x.$$

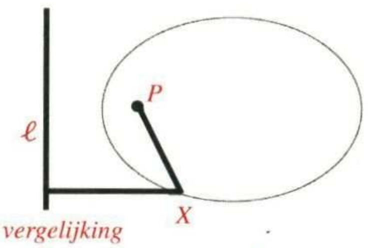
Als $c>1$ (als er nog iets overschiet als je c met 1 vergelijkt), dan stelt de vergelijking een hyperbool voor. In figuur 1 hebben we $c=1{,}1$ genomen. Als $c=1$ ('als c precies langs 1 ligt'), dan krijgen we de liggende parabool $y^2=4x$, zie figuur 2. Als er iets ontbreekt als je c met 1 vergelijkt, dus als $c<1$, dan vinden we de vergelijking van een ellips. Zie figuur 3, daar is $c=\frac{4}{5}$. ◢



figuur 1. De hyperbool met vergelijking
$y^2-0{,}21(x+11)^2=-25{,}41$ $(c=1{,}1)$



Figuur 2. De parabool met vergelijking
$y^2=4x$ $(c=1)$



Figuur 3. De ellips met vergelijking
$25y^2+9(x-4)^2=145$ $(c=\frac{4}{5})$